## Clase 11 Esta clase tiene video

# Tema: Radicación en los números reales

### Actividad 33

**1 Lea la siguiente información.**

Si $n$ es un número entero positivo, entonces la raíz $n$-ésima de un número real $\boldsymbol{a}$ se define como:

$$\sqrt[n]{a} = b \text{ pues } b^n = a$$

**Recuerde los elementos de la radicación:**

Índice — Radical — Raíz — Radicando

$$\sqrt[n]{a} = n$$

**2 Observe los siguientes ejemplos.**

- $\sqrt[2]{0{,}25} = 0{,}5 \quad \text{pues} \quad 0{,}5^2 = 0{,}25$
- $\sqrt[4]{\dfrac{16}{81}} = \dfrac{2}{3} \quad \text{pues} \quad \left(\dfrac{2}{3}\right)^4 = \dfrac{16}{81}$

**Recuerde las siguientes propiedades de la radicación:**

$$\sqrt[n]{a \times b} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

**3 Escriba el resultado de cada operación. Luego, complete la tabla escribiendo como potenciación o como radicación según corresponda.**

| Radicación | Potenciación |
|---|---|
| $\sqrt[3]{\dfrac{125}{8}} =$ | |
| | $(1{,}4)^2 =$ |
| $\sqrt[2]{1{,}44} =$ | |
| | $\left(\dfrac{0{,}5}{0{,}2}\right)^4 =$ |

## Actividad 34

Escriba las siguientes potencias usando radicales. Luego, calcule la raíz.

1. $25^{\frac{1}{2}}$ ______________________________
2. $49^{\frac{1}{2}}$ ______________________________
3. $64^{\frac{1}{3}}$ ______________________________
4. $216^{\frac{1}{3}}$ ______________________________

Recuerde que

$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$

## Actividad 35

1. **Lea la información y observe el procedimiento.**

**Lina escribió la potencia $4^{\frac{2}{3}}$ de la siguiente manera:**

$$4^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{4^2} = \sqrt[3]{16}$$

- El denominador de la fracción es el índice del radical.
- El numerador de la fracción es el exponente del radicando.

2. **Escriba las siguientes expresiones usando el proceso planteado por Lina.**

a) $3^{\frac{3}{4}}$

b) $2^{\frac{4}{5}}$

c) $(-5)^{\frac{2}{3}}$

d) $\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{3}{4}}$

## Actividad 36

Recuerde que

$\sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{n}} = a$

**1 Observe la manera en la que se simplificó la expresión.**

$4^{\frac{5}{3}} = \sqrt[3]{4^5}$ → Se escribe la potenciación como radicación.

$= \sqrt[3]{4^3 \times 4^2}$ → Se escribe el radicando como un producto de potencias.

$= \sqrt[3]{4^3} \times \sqrt[3]{4^2}$ → Se aplica la propiedad de la radicación para separar el producto de radicales.

$= 4 \times \sqrt[3]{16}$ → Se simplifica el primer radical y se resuelve la potencia en el segundo radical.

$= 4\sqrt[3]{16}$ → Se escribe la respuesta sin usar el símbolo de multiplicación.

**2 Seleccione una expresión dentro de cada grupo y simplifíquela.**

**Grupo 1**
$5^{\frac{3}{2}}, 4^{\frac{5}{3}}, 3^{\frac{5}{4}}$

**Grupo 2**
$(-2)^{\frac{7}{5}}, (-4)^{\frac{5}{3}}, (-6)^{\frac{6}{5}}$

**Grupo 3**
$x^{\frac{3}{2}}, x^{\frac{5}{3}}, x^{\frac{5}{4}}$

**Grupo 4**
$(2m)^{\frac{3}{2}}, (2m)^{\frac{5}{3}}, (2m)^{\frac{5}{4}}$

**3 Cuando haya terminado la actividad anterior intercambie su guía con la de alguno de sus compañeros y siga las instrucciones:**

- **Primero.** Revise cómo simplificó su compañero las expresiones que seleccionó y determine si lo hizo correctamente.
- **Segundo.** Comente con su compañero sobre lo que observó en su revisión.
- **Tercero.** Escriba un comentario en la guía de su compañero.

# Clase 12

## Actividad 37

**1** **Siga las instrucciones dadas en el recuadro para simplificar cada expresión.**

**Instrucciones**

1. Multiplique las potencias aplicando:

$$a^n \times b^m = a^{n+m}$$

Para resolver la expresión $n + m$ recuerde la adición de fracciones.

2. Escriba como radicación la potenciación que resulta.
3. Escriba el radicando como producto de potencias de igual base.
4. Aplique la propiedad

$$\sqrt[n]{a \times b} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$$

5. Escriba la respuesta del procedimiento.

a) $2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{3}{4}} =$

b) $m^{\frac{4}{5}} \times m^{\frac{1}{3}} =$

c) $t^{\frac{2}{3}} \times t^{\frac{1}{2}} =$

**2** **Tomás simplificó una expresión algebraica. Observe el desarrollo y escriba en frente de cada línea lo que cree que hizo Tomás.**

$x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{3}{4}} \longrightarrow$

$x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{2}{3}+\frac{3}{4}} \longrightarrow$

$x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{8+9}{12}} \longrightarrow$

$x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{17}{12}} \longrightarrow$

$\sqrt[2]{x} + \sqrt[12]{x^{17}} \longrightarrow$

$\sqrt[2]{x} + \sqrt[12]{x^{12} \cdot x^5} \longrightarrow$

$\sqrt[2]{x} + \sqrt[12]{x^{12}} \cdot \sqrt[12]{x^5} \longrightarrow$

$\sqrt[2]{x} + x\sqrt[12]{x^5} \longrightarrow$

**3** **Teniendo en cuenta el proceso de la actividad anterior, simplifique las siguientes expresiones y escriba la respuesta usando radicales.**

a) $m^{\frac{2}{3}} + m^{\frac{1}{4}} \cdot m^{\frac{1}{2}}$ b) $y^{\frac{1}{5}} - y^{\frac{2}{3}} \cdot y^{\frac{4}{3}}$ c) $w^{\frac{3}{4}} \cdot w^{\frac{2}{5}} - w^{\frac{1}{2}}$

## Actividad 38

**1** **El área de un cuadrado está determinada por la expresión 16*xm* unidades cuadradas. Encuentre la expresión que define la medida del lado de este cuadrado.**

**2** **Analice la expresión que encontró y asigne un valor para la variable *x* y otro valor para la variable *m* de tal forma que el lado del cuadrado tenga una medida dada en los números enteros.**

## Actividad 39

**La relación entre el radio de una esfera y su área está dada por la expresión**

$$r = \sqrt{\frac{A}{4\pi}} \quad ④$$

**1 ¿Cuánto mide el radio de una esfera cuya área es $64\pi u^2$?**

**2 Si una esfera tiene área $100u^2$, ¿la medida de su radio es un número entero? Justifique su respuesta.**

**4**

**Las fórmulas que se usan en geometría, en física o en química tienen las características de las expresiones algebraicas.**

Es por esto que es posible despejar variables en estas fórmulas para dar solución a diferentes problemas.

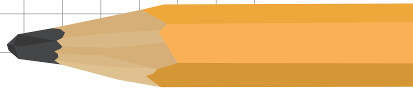
Por ejemplo, el volumen de una esfera está dado por:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

¿Qué expresión determina el radio de la esfera dado su volumen?

**3 Si una esfera tiene área $100\pi u^2$, ¿la medida de su radio es un número entero? Justifique su respuesta.**

**4 Escriba una condición para la medida del área de una esfera de tal manera que permita que la medida del radio sea un número entero.**



# Clase 13

## Actividad 40

**Simplifique las siguientes expresiones usando las propiedades de la radicación y la potenciación.**

1. $\sqrt[4]{16} + \sqrt[3]{-8} \cdot \sqrt{36}$

2. $\sqrt{100} \cdot \sqrt[5]{32} - \sqrt[3]{-64}$

3. $25^{\frac{1}{2}} + (-27)^{\frac{1}{3}} - 81^{\frac{1}{4}}$

4. $343^{\frac{1}{3}} - 125^{\frac{1}{3}} - 512^{\frac{1}{3}}$

## Actividad 41

1. **Observe el ejemplo que muestra cómo simplificar la expresión dada. Lea cuidadosamente las explicaciones.**

$(72m^3n^5x^4)^{\frac{1}{3}} =$ → Expresión dada para simplificar.

$\sqrt[3]{72m^3n^5x^4} =$ → Se escribe la potencia como un radical de índice 3.

$\sqrt[3]{2^3 \cdot 3^2 \cdot m^3 \cdot n^3 \cdot n^2 \cdot x^3 \cdot x^1} =$ → Se descompone cada uno de los factores del radicando en potencias que tengan exponente 3. Esto se hace para poder simplificar los radicales.

$2 \cdot m \cdot n \cdot x \cdot \sqrt[3]{3^2 \cdot n^2 \cdot x^1} =$ → Se aplica la propiedad $\sqrt[m]{a^m} = a$ para sacar del radical los factores 2, $m$, $n$ y $x$.

$2mnx\sqrt[3]{9n^2x}$ → Se escribe la respuesta de la simplificación.

**Tenga en cuenta que en la simplificación anterior se están aplicando propiedades de la radicación y de la potenciación.**

**2** **Simplifique las expresiones teniendo en cuenta la explicación dada en en punto 1 de esta Actividad.**

a) $(405t^5h^4w^6)^{\frac{1}{4}}$

b) $(1008a^4b^6c^5)^{\frac{1}{2}}$

c) $(54x^3y^2z^5)^{\frac{1}{3}}$

d) $(2ab^2c^3)^{\frac{3}{2}}$

# Clase 14

## Actividad 42

**Escriba, en cada fila de la tabla, un radical semejante y un radical no semejante.** 5

| Radical | Radical semejante | Radical no semejante |
|---|---|---|
| $-5\sqrt{2a}$ | | |
| $\sqrt[7]{3mn}$ | | |
| $\dfrac{\sqrt{x^3y}}{2}$ | | |
| $\sqrt{16m^4n^2}$ | | |

5

Dos o más radicales son semejantes si tienen el mismo índice y el mismo radicando.

Por ejemplo,

$$\frac{1}{2}\sqrt[3]{4x}\,,\ 0{,}5\sqrt[3]{4x}\,,\ 3\sqrt[3]{4x}$$

son radicales semejantes.

¿Podría afirmar que para que dos radicales sean semejantes solo deben diferir en el coeficiente? Explique su respuesta.

## Actividad 43

1 **Observe el proceso para escribir los dos radicales dados como radicales semejantes.**

$\sqrt{75x^3a^3}$ y $\sqrt{108x^5a^3}$

Primero se simplifica $\sqrt{75x^3a^3}$

$$\sqrt{75x^3a^3} = \sqrt{5^2 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot x \cdot a^2 \cdot a} = 5xa\sqrt{3xa}$$

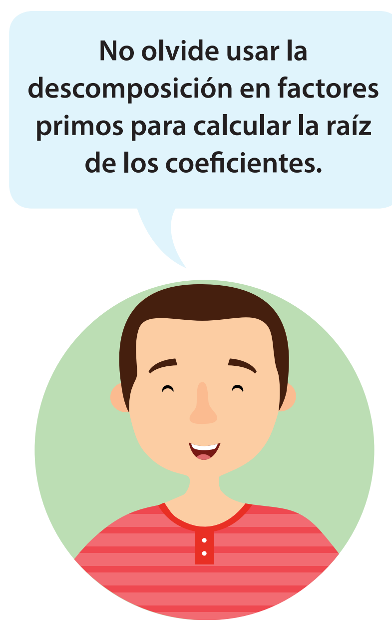
Luego, se simplifica $\sqrt{108x^5a^3}$

$$\sqrt{108x^5a^3} = \sqrt{6^2 \cdot 3x^4 \cdot x \cdot a^2 \cdot a} = 6x^2a\sqrt{3xa}$$

Los radicales son semejantes; observe la conclusión.

$$5xa\sqrt{3xa} \text{ y } 6x^2a\sqrt{3xa}$$

El índice y el radicando son iguales



**2** **Escriba cada pareja de radicales como semejantes.**

a) $\sqrt{48x^3y^3z^3}$ , $\sqrt{108a^2x^3yz}$

b) $\sqrt[3]{54m^4n}$ , $\sqrt[3]{250a^3nm}$

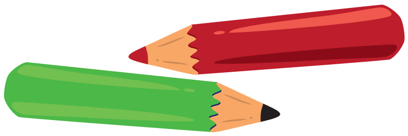
**3** **Determine en cada grupo de radicales el que no es semejante a los otros.**

$\sqrt{48}$ $\sqrt{27}$ $\sqrt{75}$ $\sqrt{14}$

$5\sqrt{2m^3}$ $\sqrt{18m^3}$ $\sqrt{12m^3}$ $2m\sqrt{2m}$

# Clase 15

## Actividad 44



**1 Observe el ejemplo y analice el proceso.** 6

**Realizar las operaciones indicadas en la siguiente expresión:**

$$-2\sqrt{54} + 7\sqrt{24} - 3\sqrt{150}$$

$-2\sqrt{54} = -6\sqrt{6}$

$+7\sqrt{24} = +14\sqrt{6}$

$-3\sqrt{150} = -15\sqrt{6}$

Se reducen todos los radicales a radicales semejantes.

$2\sqrt{54} + 7\sqrt{24} - 3\sqrt{150}$

$= -6\sqrt{6} + 14\sqrt{6} - 15\sqrt{6}$

$= -7\sqrt{6}$

Se reescribe la expresión usando radicales semejantes.

Se reducen (suman o restan) los radicales semejantes.

6

Para sumar o restar radicales se debe tener en cuenta lo siguiente:

- Deben ser semejantes, así que primero hay que simplificarlos.
- Al sumarlos o restarlos, solamente se operan los coeficientes y el resultado va acompañado del respectivo radical semejante.

¿Qué similitudes tiene este proceso con la reducción de expresiones algebraicas?

______________________________

______________________________

______________________________

**2 Realice las operaciones indicadas.**

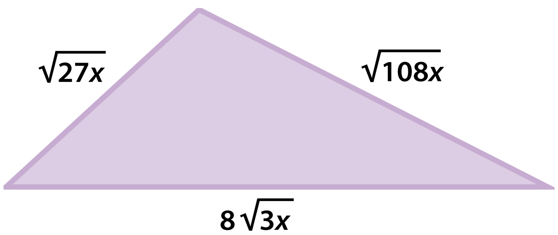
a) $\frac{3}{4}\sqrt{3} - \frac{1}{2}\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$

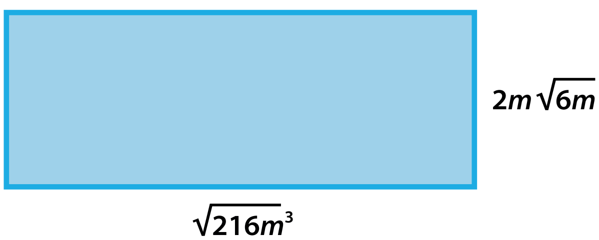
b) $5\sqrt{450} - 5\sqrt{800} - 2\sqrt{320}$

c) $-3\sqrt{2ab^2} + 12\sqrt{18a^3} - 5b\sqrt{2a} - \sqrt{2a^3}$

d) $2a\sqrt[3]{81y} - a\sqrt[3]{24y} + 5a\sqrt[3]{192y}$

**3** Halle el perímetro de las siguientes figuras




## Actividad 45

Tenga en cuenta que $\sqrt{a}\cdot\sqrt{b} = \sqrt{a\cdot b}$ para realizar las siguientes operaciones.

**1** $-3\sqrt{2}\left(2\sqrt{2}+3\sqrt{3}\right)$

**2** $\sqrt{x}\left(2\sqrt{x}+1\right)$

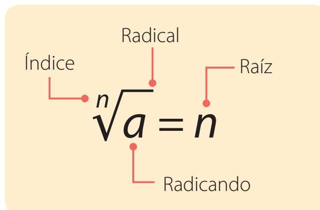
**3** $\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)$

## Resumen

- **La radicación y la potenciación** son operaciones que se relacionan pues

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \text{equivale a} \quad b^n = a$$

- **Los elementos de la radicación** se muestran en el siguiente esquema:




*Algunos autores llaman al radicando cantidad subradical.*

- Toda expresión que tenga un exponente fraccionario puede ser escrita como un radical pues:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

El denominador de la fracción es el índice de la raíz y el numerador es el exponente del radicando.

- **Un radical está simplificado** si los exponentes de los factores que están en el radicando no pueden ser números mayores o iguales al índice de la raíz.

Por ejemplo la expresión $3\sqrt{2xy}$ está simplificada, mientras que la expresión $3\sqrt{4x^3y^2}$ no está simplificada.

- **Dos o más radicales son semejantes** si tienen el mismo índice y la misma expresión en el radicando; dichos radicales solo pueden diferir en el coeficiente.

Por ejemplo, $4\sqrt{xy}$ y $-0{,}3\sqrt{xy}$ son radicales semejantes.

Para determinar si dos radicales son semejantes es necesario simplificarlos y verificar la condición anterior.

- **La adición y la sustracción de radicales** se realiza teniendo en cuenta que estos deben ser semejantes. El proceso es similar a la reducción de términos semejantes estudiado en la adición y sustracción de expresiones algebraicas.

- **Para multiplicar y dividir radicales del mismo índice** se usan las propiedades de la radicación:

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$